LÓGICAS PARA SISTEMAS DE DIÁLOGO

Angel Nepomuceno Fernández
Grupo de Lógica, Lenguaje e Información
http://grupo.us.es/ghum609/php/
Consideraciones Burrieza-Nepomuceno

SEVILLA, 22/02/2021

Esquema de la presentación

Observación sobre lógica deóntica

"En el caso del lenguaje de la lógica deóntica, las normas se expresan por medio de enunciados con operadores deónticos. En este lenguaje hay, por ejemplo, expresiones de la forma O*A*, donde *A* es una fórmula y O es el operador de obligación, entendido como un concepto lógico. Es decir, las normas se expresan por medio de *operadores lógicos* **(por esta razón hablamos de una lógica deóntica)"**

J. Legrís & S. Lerner (2011),

Deseos y obligaciones 1/4

Los tratamientos básicos de deseos y obligaciones constituyen un punto de partida para abordar cómo incluir estos elementos en sistemas de diálogo

- Se requiere el uso de **dos operadores** modales: uno de **deseo** y otro de **obligación**
- Marcos kripkeanos, con relaciones de accesibilidad para cada operador con características mínimas (que sean relaciones de carácter serial):
  - para cada estado (mundo), existe uno deónticamente accesible desde aquel
  - para cada mundo, existe uno desiderativamente accesible desde aquel

Deseos y obligaciones 2/4

Los deseos de un agente pueden ser de varios tipos

1. Poseer un objeto: **el agente desea que un objeto sea de su propiedad**, o desprenderse del mismo: **negación del anterior**
2. Llevar a cabo una acción: **el agente desea que se ejecute una acción**
3. Que otro agente lleve a cabo una acción: **un agente *a* desea que otro *b* realice una acción**, o impedirlo: **negación de lo anterior**
4. Que ocurra/no ocurra un acontecimiento: **el agente desea que φ sea el caso**
5. Se puede resumir en el deseo de un contenido proposicional (que expresa el caso correspondiente)

Deseos y obligaciones 3/4

- En su caso, estudiar cómo se anidan operadores
  - Si las normas se expresan con el operador de obligación, con los dos combinados son representables **normas instrumentales** (condicionales, que indican qué se debe hacer para conseguir un objetivo)
  - Ejemplo de norma instrumental: si se establece un cierre perimetral, entonces baja el índice de contagio de covid19, expresable en forma condicional: si `cierre_perimetral`, entonces `baja_contagio`
  - Dado que es deseable bajar el índice de contagio de covid19, se debe establecer un cierre perimetral, si **deseable**(`baja_contagio`), entonces **se debe**(`cierre_perimetral`)

Deseos y obligaciones 4/4

- Con respecto a las modalidades aléticas, se consideraron sistemas normales aquellos que captan la idea de que si una proposición es necesaria, entonces es el caso (el axioma T; la clase de los modelos correspondientes tienen como relación de accesibilidad una que es reflexiva)
- En cambio, sería contraintituivo que lo deseado fuera el caso o que lo obligatorio fuera el caso
- Sí podrían considerarse: el deseo de que lo obligatorio fuera el caso; y el deseo de que lo deseable fuera el caso

Lenguaje básico bimodal: sintaxis

L_{DD} es un lenguaje proposicional, a partir de un conjunto de variables proposicionales $\mathbb{P}$, cuya sintaxis queda definida por la siguiente regla *BNF*:

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi * \varphi \mid O\varphi \mid D\varphi$$

de manera que

- $p \in \mathbb{P}$
- $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$
- $O\varphi$ y $D\varphi$ representan "es obligatorio φ" y "es deseable φ", respectivamente

Lenguaje básico bimodal: semántica 1/2

Desde un marco $\langle S, \mathfrak{R}_D, \mathfrak{R}_O \rangle$, $M_{DD} = \langle S, \mathfrak{R}_O, \mathfrak{R}_D, V \rangle$ tal que

- $S \neq \emptyset$, es el conjunto de estados o mundos
- $\mathfrak{R}_O, \mathfrak{R}_D \subseteq S \times S$ y ambas son seriales: para todo $s \in S$ existe $u \in S$, tal que $\langle s, u \rangle \in \mathfrak{R}_O$ (lo mismo con $\mathfrak{R}_D$)
- Para cada $s, u \in S$, si $\langle s, u \rangle \in \mathfrak{R}_D$, entonces $\langle s, u \rangle \in \mathfrak{R}_O$: cada mundo u desiderativamente perfecto es deónticamente perfecto (respecto de s); es decir,
  - Si $\langle s, u \rangle \in \mathfrak{R}_D$, decimos que u es deseable (o desideramente perfecto) respecto de s
  - Si $\langle s, u \rangle \in \mathfrak{R}_O$, decimos que u es deónticamente perfecto respecto de s —donde se cumplen las obligaciones—

Lenguaje básico bimodal: semántica 2/2

- Si $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$, entonces $\langle u, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$; es decir, $\mathfrak{R}_D$ es secundariamente reflexiva
- $V : \mathbb{P} \longrightarrow \wp(S)$. Para cada $p \in \mathbb{P}$, $V(p) \subseteq S$, conjunto de mundos donde p es verdadera. Se extiende para $\varphi \in L_{DD}$: $V(\varphi) = \{s \in S / M, s \models \varphi\}$ $(M = M_{DD})$
- La noción de satisfacción:
  - $M, s \models p$ syss $s \in V(p)$,
  - $M, s \models \neg\varphi$ syss $M, s \not\models \varphi$
  - $M, s \models \varphi * \chi$, como es habitual para $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$
  - $M, s \models D(\varphi)$ syss para todo $u \in S$ tal que $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$ se verifica que $M, u \models \varphi$
  - $M, s \models O(\varphi)$ syss para todo $u \in S$ tal que $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_O$ se verifica que $M, u \models \varphi$
- $M \models \varphi$ indica que φ es válida (para todo $s \in S$, $M, s \models \varphi$)

Sistema *SLDD* 1/2

SLDD (fijado en Legris & Lerner, 2011) se define a partir del lenguaje L_{DD}. Consta de los siguientes postulados:

1. (Esquemas de) Axiomas (además de los propios de la lógica proposicional clásica)
    1. $Q(\varphi \rightarrow \chi) \rightarrow (Q\varphi \rightarrow Q\chi)$, $Q \in \{D, O\}$
    2. $\neg(Q\varphi \wedge Q\neg\varphi)$, $Q \in \{D, O\}$
    3. $D(O\varphi \rightarrow \varphi)$
    4. $D(D\varphi \rightarrow \varphi)$
2. Reglas de inferencia
    1. Modus Ponens
    2. de φ (fórmula booleana —sin los operadores D y O—), se infiere $O\varphi$
    3. de φ, se infiere $D\varphi$

Sistema *SLDD* 2/2

- El esquema 1 indica la normalidad de ambos operadores (axioma $\mathcal{K}$)
- El esquema 2 (axioma $\mathcal{D}$) expresa consistencia (desiderativa y deóntica):
  - No cabe tener deseos contradictorios
  - No es obligatorio seguir una norma y su contradictoria
- El axioma 3 establece que es deseable que lo obligatorio sea el caso
- El axioma 4 establece que es deseable que lo deseable sea el caso
- Las reglas 2 y 3 son las correspondientes a las de necesitación

La clase $\mathcal{M}_{DD}$

Sea la clase $\mathcal{M}_{DD}$ cuyos elementos son modelos M de L_{DD} de la forma $M = \langle S, \mathfrak{R}_D, \mathfrak{R}_O, V\rangle$ tal que

1. $S \neq \emptyset$
2. $\mathfrak{R}_O, \mathfrak{R}_D \subseteq S \times S$ y ambas son seriales
3. Los mundos desiderativamente perfectos son deóntifamente perfectos (si $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$, entonces $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_O$)
4. $\mathfrak{R}_D$ es secundariamente reflexiva, si $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$, entonces $\langle u, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$
5. $V : \mathbb{P} \longrightarrow \wp(S)$, extendida: $V(\varphi) = \{s \in S / M, s \models \varphi\}$

SLDD-validez 1/3

Proposición 1

Cada (esquema de) axioma de *SLDD* es válido respecto de la clase de modelos $\mathcal{M}_{DD}$

- Los axiomas proposicionales clásicos son universalmente válidos
- Los axiomas 1 y 2 son los conocidos $\mathcal{K}$ y $\mathcal{D}$, de nromalidad y consistencia, respectivamente

SLDD-validez 2/3

- En cuanto al axioma 3:
  1. supuesto $\exists M \in \mathcal{M}_{DD}$ tal que $M \not\models D(O\varphi \rightarrow \varphi)$,
  2. de ahí que $\exists u \in S$ tal que $M, u \not\models D(O\varphi \rightarrow \varphi)$, por lo que
  3. $\exists w \in S$ tal que $\langle u, w \rangle \in \mathfrak{R}_D$, de modo que
  4. $M, w \not\models O\varphi \rightarrow \varphi$, es decir $M, w \models O\varphi$ y $M, w \not\models \varphi$.
  5. Por ser $\mathfrak{R}_D$ secundariamente reflexiva, $\langle w, w \rangle \in \mathfrak{R}_D$, de ahí
  6. $\langle w, w \rangle \in \mathfrak{R}_O$, y, por definición (de la función satisfacción), $M, w \models \varphi$,
  7. lo cual es contradictorio con $M, w \not\models \varphi$ (4).
  8. Así pues, es de negar el supuesto, y $\forall M \in \mathcal{M}_{DD}$,

$$M \models D(O\varphi \rightarrow \varphi)$$

SLDD-validez 3/3

- En cuanto al axioma 4:
  1. supuesto $\exists M \in \mathcal{M}_{DD}$ tal que $M \not\models D(D\varphi \rightarrow \varphi)$,
  2. de ahí que $\exists u \in S$ tal que $M, u \not\models D(D\varphi \rightarrow \varphi)$, por lo que
  3. $\exists w \in S$ tal que $\langle u, w \rangle \in \mathfrak{R}_D$, de modo que
  4. $M, w \not\models D\varphi \rightarrow \varphi$, es decir $M, w \models D\varphi$ y $M, w \not\models \varphi$.
  5. $\mathfrak{R}_D$ es secundariamente reflexiva: $\langle w, w \rangle \in \mathfrak{R}_D$, de ahí
  6. $\langle w, w \rangle \in \mathfrak{R}_D$, y, por definición (de la función satisfacción), $M, w \models \varphi$,
  7. lo cual es contradictorio con 4. Es de negar el supuesto inicial,luego
  8. $\forall M \in \mathcal{M}_{DD}$ se verifica

$$M \models D(D\varphi \rightarrow \varphi)$$

Corrección de *SLDD* 1/2

Lema de preservación de validez

Las reglas de *SLDD* preservan validez respecto de $\mathcal{M}_{DD}$

1. Modus ponens es la regla clásica
2. Sea $M \in \mathcal{M}_{DD}$ y $\varphi \in L_{DD}$ booleana, tal que $M \models \varphi$. $\forall s \in S$, $M, s \models \varphi$. Además, $\forall u \in S$ tal que $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_O$, $M, u \models \varphi$, por lo que $M, s \models O\varphi$ y $M \models O\varphi$
3. $M \models \varphi$. $\forall s \in S$, $M, s \models \varphi$. Como $\forall u \in S$ tal que $\langle s, u\rangle \in \mathfrak{R}_D$, $M, u \models \varphi$, por lo que $M, s \models D\varphi$ y $M \models D\varphi$

Corrección de *SLDD* 2/2

Proposición 1

El sistema *SLDD* es correcto. Es decit, $\forall M \in \mathcal{M}_{DD}$; si $\vdash_{SLDD} \varphi$, entonces $M \models \varphi$

Se parte del supuesto de que la fórmula en cuestión es demostrable: $\vdash_{SLDD} \varphi$. Los axiomas son válidos respecto de la clase $\mathcal{M}_{DD}$. Por otra parte, las reglas preservan la validez, como se ha visto. Dado que φ se obtiene mediante aplicación de axiomas y reglas, se verifica que $\models_{\mathcal{M}_{DD}} \varphi$

Conjuntos maxiconsistentes

Conjunto maxiconsistente de fórmulas

Un conjunto de fórmulas $\Gamma \subseteq L_{DD}$ es maxiconsistente syss

1. Γ es consistente, $\nexists \varphi \in L_{DD}$ tal que $\Gamma \vdash \varphi \wedge \neg\varphi$ (se puede abreviar indicando $\Gamma \nvdash \bot$, con $\vdash$, a su vez, como abreviatura de $\vdash_{SLDD}$)
2. Γ es máximal; es decir $\nexists \Gamma' \subseteq L_{DD}$ tal que $\Gamma' \subset \Gamma$ y $\Gamma' \nvdash \bot$

Lema de Lindenbaum

Cada conjunto consistente de fórmulas de L_{DD} está contenido en un conjunto maxiconsistente

Modelo canónico M^c 1/2

Modelo canónico $M^c = \langle S^c, \mathfrak{R}^c_D, \mathfrak{R}^c_O, V^c \rangle$, donde

1. $S^c = \{\Gamma \subseteq L_{DD} / \Gamma$ maxiconsistente$\}$
2. $\mathfrak{R}^c_D \subseteq S^c \times S^c$, tal que $\exists \Gamma, \Delta \in S^c$, tales que
   1. $\exists D\varphi \in \Gamma$ tal que no se verifica $D\varphi \in \Delta$ con $\langle \Gamma, \Delta \rangle \in R$
   2. En los demás casos, $\langle \Gamma, \Delta \rangle \in \mathfrak{R}^c_D$ syss $\forall D\varphi$, si $D\varphi \in \Gamma$, entonces $D\varphi \in \Delta$
3. $\mathfrak{R}^c_O \subseteq S^c \times S^c$, si $\langle \Gamma, \Delta \rangle \in \mathfrak{R}^c_D$, entonces $\langle \Gamma, \Delta \rangle \in \mathfrak{R}^c_O$
4. Para cada $p \in \mathbb{P}$, $V^c(p) = \{\Gamma \in S^c / p \in \Gamma\}$

Modelo canónico M^c 2/2

Extensión de V^c para que $V^c(\varphi) = \{\Gamma \in S^c / \varphi \in \Gamma\}$. Hipótesis inducción, para χ de grado $n \leq 1$, V^c es así definible.

1. Sea $\Delta \in V^c(\neg\varphi)$ Supuesto: $\neg\varphi \notin \Delta$. De aquí, por ser maxicons., $\varphi \in \Delta$, por hip. ind. $\Delta \in V^c(\varphi)$, lo que contradice la afirmación inicial
2. Para fórmulas φ, χ, de grado k y m tales que $k + m \leq n$, tomando $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$, se analizan los casos $\varphi * \chi$
3. Sea $\Gamma \in V^c(D\varphi)$. Por def., $\forall\Delta \in S^c$, si $\langle\Gamma, \Delta\rangle \in \mathfrak{R}^c_D$, por hip. ind., $\varphi \in \Delta$. Supuesto $D\varphi \notin \Gamma$; de aquí que $\exists\Delta$ tal que $\langle\Gamma, \Delta\rangle \in \mathfrak{R}^c_D$ y $\varphi \notin \Delta$, dando lugar a contradicción
4. Análogo para $O\varphi$

Completitud

Lema de canonicidad

El modelo canónico $M^c \in \mathcal{M}_{DD}$

En efecto, por la manera de definirlo, M^c es tal que $S^c \neq \emptyset$, $\mathfrak{R}^c_D \subseteq S^c \times S^c$ es serial, secundariamente reflexiva y $\mathfrak{R}^c_D \subseteq \mathfrak{R}^c_O$

Proposición 2

SLDD es completo (respecto de la clase $\mathcal{M}_{DD}$). Es decir si $\models_{\mathcal{M}_{DD}} \varphi$, entonces $\vdash_{SLDD} \varphi$

Sea $\models_{\mathcal{M}_{DD}} \varphi$. Sup. $\nvdash_{SLDD} \varphi$; $\neg\varphi$ es satisfactible en $\mathcal{M}_{DD}$. Como existe algún Γ maxiconsistente tal que $\neg\varphi \in \Gamma$, $M^c, \Gamma \models \neg\varphi$, contradictorio con el punto de partida. Luego $\vdash_{SLDD} \varphi$

Sistema *SLDD* multiagente 1/2

- Fácilmente es ampliable el lenguaje L_{DD} a partir de un conjunto de Ag de agentes:

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi * \varphi \mid O_a\varphi \mid D_a\varphi$$

para $a \in Ag$, $O_a\varphi$ ($D_a\varphi$) se lee “para el agente a es obligatorio (deseable) que φ”

- En cuanto a la semántica, un modelo M se define como

$$\langle S, \mathfrak{R}_{a_O}, \mathfrak{R}_{a_D}, V\rangle,$$

con una relación de accesibilidad deóntica $\mathfrak{R}_{a_O}$ y una desiderativa $\mathfrak{R}_{a_D}$, para cada agente $a \in Ag$

Sistema *SLDD* multiagente 2/2

SLDD, ampliado L_{DD} con un conjunto de agentes Ag, consta de los siguientes postulados ($a \in Ag$):

1. (Esquemas de) Axiomas (además de los propios de la lógica proposicional clásica)
    1. $Q_a(\varphi \to \chi) \to (Q_a\varphi \to Q_a\chi)$, $Q \in \{D, O\}$
    2. $\neg(Q_a\varphi \wedge Q_a\neg\varphi)$, $Q \in \{D, O\}$
    3. $D_a(O_a\varphi \to \varphi)$
    4. $D_a(D_a\varphi \to \varphi)$
2. Reglas de inferencia
    1. Modus Ponens
    2. de φ (fórmula booleana —sin los operadores D_a y O_a—), se infiere $O_a\varphi$
    3. de φ, se infiere $D_a\varphi$

Los sistemas de diálogo 1/4

Sistemas de diálogo

Los SD son programas de ordenador diseñados para interaccionar con usuarios empleando un diálogo lo más parecido posible a los que tienen lugar entre personas (G. Espejo et al. 2014)

- Los diseños de SD forman parte de las **tecnologías del lenguaje** mediante las cuales se pretende desarrollar los modos de interacción persona-máquina con el lenguaje natural

Los sistemas de diálogo 2/4

- Se trata de un ámbto **interdisciplinar** (lingüística computacional, ciencias cognitivas en general)
- De acuerdo con las modalidades que se usan en la interacción, se distinguen dos tipos de SD
  1. **SD unimodal**, que usan un único canal de de interacción, generalmente el lenguaje natural (escrito –aplicaciones que permiten al usuario chatear con el sistema– o hablado –actualmente se usan, por ejemplo, por empresas que facilitan ciertos servicios telefónicos–)
  2. **SD multimodales**, en los que el diálogo tiene lugar usando varios canales (modalidades) de interacción, como habla, gestos corporales, miradas, movimientos faciales etc.

Los sistemas de diálogo 3/4

- Cómo razonan los usuarios puede ser un factor destacable en los diseños de SD (ya sean unimodales o multimodales)
- En cada momento, la interacción tiene lugar entre dos agentes, a saber, uno que representa al sistema y el usuario
- La **dinámica lógica de la información y la representación**, como programa (amplio) de investigación, estudia las inferencias como procesos informacionales

Los sistemas de diálogo 4/4

- En la investigación científica se consideran (al menos), tres tipos de estos procesos: **inducción**, **deducción** y **abducción**
- En los diálogos se realizan inferencias, se plantean hipótesis, operan presuposiciones, etc. De ahí que también sea pertinente tener en cuenta la **lógica de la conversación** (tipo Grice)
- Los sistemas lógicos habituales constituyen, por así decir, modelos formales del sistema normativo que rige determinados contextos inferenciales

Definición de nuevos operadores para *SLDD*

Operadores para $a \in Ag$ y $p \in \mathbb{P}$

- **Permitido**: $\mathbf{P}_a p = \neg \mathbf{O}_a \neg p$, **'para *a* está permitido *p* syss no tiene la obligación de $\neg p$'**
- **Prohibición**: $\mathbf{F}_a p = \mathbf{O}_a \neg p$, **'Esta prohibido *p* para *a* syss es obligatorio $\neg p$ para *a*'**
- **Omisión**: $\mathbf{Oms}_a p = \neg \mathbf{O}_a p$, **'Es omisible *p* para *a* syss no le es obligatorio *p*'**
- **Opción**: $\mathbf{Opt}_a p = \neg \mathbf{O}_a p \wedge \neg \mathbf{O}_a \neg p$, **'Es opcional para *a* que *p* syss no es obligatorio *p* ni $\neg p$ para *a*'**
- **Asunción**: $\mathbf{M}_a p = \neg \mathbf{D}_a \neg p$, **'Es asumible *p* por parte de *a* syss no es el caso que *a* desee $\neg p$'**

Observaciones sobre *SLDD* multiagente 1/3

Desde el axioma 2, usando nuevos operadores, obtenemos

1. $\neg(O_a\varphi \wedge O_a\neg\varphi)$ equivale a $O_a\varphi \rightarrow P_a\varphi$, que representa que para el agente lo obligatorio está permitido. Ejemplo:

   O_*a*(`dar_datos`**)** $\rightarrow$ **P_*a*(**`dar_datos`**)**

2. $\neg(D_a\varphi \wedge D_a\neg\varphi)$ equivale a $D_a\varphi \rightarrow M_a\varphi$, que representa que para el agente sus deseos son asumibles. Ejemplo:

   D_*a*(`(a, compra_bill.)`**)** $\rightarrow$ **M_*a*(**`(a, compra_bill.)`**)**

Observaciones sobre *SLDD* multiagente 2/3

Veamos la formalización de una normas técnicas (en el lenguaje de *SLDD* multiagente). Ejemplos

- Descripción condicional (si el agente adquiere billete de vuelo, entonces hace el viaje a Barcelona):
  $(\mathtt{a,\ adquiere\_billete}) \rightarrow (\mathtt{a,\ viaje\_Barcelona})$
- Norma técnica (si el agente desea viajar a Barcelona, está obligado a adquirir billete):
  $D_a(\mathtt{a, viaje\_Barcelona}) \rightarrow O_a(\mathtt{a, adquiere\_billete})$
- Formalización del condicional y la norma técnica:
  - $\varphi \rightarrow \chi$
  - $D_a\chi \rightarrow O_a\varphi$

Observaciones sobre *SLDD* multiagente 3/3

Dado un modelo $M \in \mathcal{M}_{DD}$,

- Es definible el conjunto de los deseos de un agente a en un estado:

$$D_a(s) = \{\varphi \in L_{DD} / M, s \models D_a\varphi\}$$

- Es definible el conjunto de las obligaciones de un agente a en un estado:

$$O_a(s) = \{\varphi \in L_{DD} / M, s \models O_a\varphi\}$$

- Considerar $O_a(s) \cap D_a(s) \neq \emptyset$

Algunas consideraciones 1/2

Pueden ser convenientes ciertas estipulaciones, como

- Que ningún agente desee lo prohibido
- Los agentes deberían desear aquello a lo que están obligados
- A partir de lo observado antes,

$$\text{si } \varphi \in O_a(s), \text{ entonces } \varphi \in D_a(s)$$

- Que lo obligatorio sea deseable para el agente (posible axioma):

$$O_a\varphi \rightarrow D_a\varphi$$

Algunas consideraciones 2/2

Para $a \in Ag$, se obtienen

- $F_a\varphi \to D_a\neg\varphi$. **Si a tiene prohibido φ, entonces desea $\neg\varphi$** (es deseable la negación de lo prohibido)
- $F_a\varphi \to \neg M_a\varphi$. **Si a tiene prohibido φ, entonces no es asumible para a** (lo prohibido no es asumible)
- $M_a\varphi \to P_a\varphi$. **Si φ es asumible para a, entonces le está permitido** (lo asumible está permitido)
- $M_a\varphi \to Oms_a\neg\varphi$ **Si es asumible φ para a, entonces es omisible la negación** (si es asumible φ, es omisible su negación)

Bibliografía 1/2

- C. Alarcón: *Lecciones de lógica jurídica*, MAD, 2000
- H. van Ditmarsch, W. van der Hoek, B. Kooi: *Dynamic Epistemic Logic*, Springer, Synthesis Library 337, 2008.
- G. Espejo, N. Ábalos, Z. Callejas, R. López-Cózar: "Nuevos escenarios de aplicación de sistemas de diálogo multimodal", en R. López-Cózar (Ed.) *Aplicaciones Multidisciplinares de Sistemas de Diálogo*, Granada, 2014, pp. 73-92
- D. Gabbay, J. Horty, X. Parent, R. van der Meyden, L. van der Torre (Eds.): *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, College Publications 2013

Bibliografía 2/2

- R. Hernández: “El juez, el científico y la búsqueda de la verdad”, en J. A. García y P. R. Onorino: *Prueba y razonamiento probatorio en Derecho. Debates sobre abducción*, Ed. Comares 2014, pp. 4-31
- J. Legris, S. Lerner: “Operadores deónticos anidados y cambio de significado, un sistema bimodal”, en *Perspectivas en lógica deóntica*, 2011: 37-51
- X. Parent, L. van der Torre: *Introduction to Deontic Logic and Normative System*, College Publications, 2018